ریاضی

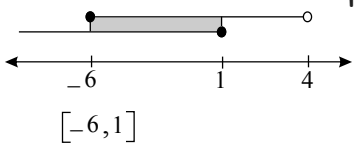
۱.گزینه ۴ جمله‌ی عمومی این الگو عبارت است از $t_n = \frac{n^۲}{۲} + ۱ \ (n \geq ۲)$، بنابراین:

$$t_{۱۴} = \frac{۱۴^۲}{۲} + ۱ = \frac{۱۹۶}{۲} + ۱ = ۹۸ + ۱ = ۹۹$$

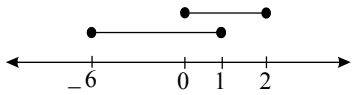
۲.گزینه ۱

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d = ۵ + (n-۱) \times ۳ = ۵ + ۳n - ۳ = ۳n + ۲$$
$$a'_n = a'_۱ + (n-۱)d' = ۴ + (n-۱) \times ۳ = ۴ + ۳n - ۳ = ۳n + ۱$$
$$a'_n, a_n \text{ اختلاف} = (۳n+۲) - (۳n+۱) = ۱$$

۳.گزینه ۱ ابتدا حاصل $[-۶, ۴) \cap (-\infty, ۱]$ را با استفاده از محور بدست می‌آوریم:



حال، اعضای بازه $[۰, ۲)$ را از این بازه کم می‌کنیم:



$$[-۶, ۱] - [۰, ۲] = [-۶, ۰)$$

باز هم استفاده از محور، بهترین راه‌حل است.

دقت: چون خود صفر را از بازه $[-۶, ۱]$ خارج کرده‌ایم، جای خالی آن باقیمانده و انتهای بازه، باز است.

۴.گزینه ۳

دنباله‌ی "تعداد مربع‌ها" را تشکیل می‌دهیم:

$$۱ \xrightarrow{+۴} ۵ \xrightarrow{+۴} ۹, \cdots$$

این یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت $d = ۴$ و $t_۱ = ۱$ است. جمله عمومی آن عبارتست از:

$$t_n = t_۱ + (n-۱)d \Rightarrow t_n = (n-۱) \times ۴ \Rightarrow t_n = ۴n - ۳$$

دنباله "تعداد چوب کبریت‌ها" عبارتست از:

$$۴ \xrightarrow{+۱۲} ۱۶ \xrightarrow{+۱۲} ۲۸, \cdots$$

این نیز یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت $d' = ۱۲$ و $t'_۱ = ۴$ است و داریم:

$$t'_n = t'_۱ + (n-۱)d' \Rightarrow t'_n = ۴ + (n-۱) \times ۱۲ \Rightarrow t'_n = ۱۲n - ۸$$

دنباله‌ی "تفاضل تعداد چوب کبریت‌ها و تعداد مربع‌ها" عبارتست از:

$$t'_n - t_n = (۱۲n - ۸) - (۴n - ۳) = ۸n - ۵$$

حال ببینیم در کدام مرحله حاصل آن ۹۱ می‌شود:

پاسخ نمونه سوالات آزمون ورودی یازدهم- سال تحصیلی ۹۹-۹۸

۵.گزینه ۴ جمله ی عمومی دنباله ی حسابی با قدر نسبت d و جمله‌ی اول t_1 عبارتست از: $t_n = t_1 + (n-1)d$

$$8n - 5 = 91 \Rightarrow 8n = 96 \Rightarrow n = \frac{96}{8} = 12$$

$$t_9 = \frac{1}{2}t_4 \Rightarrow t_1 + 8d = \frac{1}{2}(t_1 + 3d) \xrightarrow{\times} 2t_1 + 16d = t_1 + 3d$$

$$\Rightarrow 2t_1 - t_1 + 16d - 3d = 0 \Rightarrow t_1 + \underbrace{13d}_{(n-1)\times d} = 0$$

و این همان t_{14} است. یعنی $t_{14} = 0$

۶.گزینه ۴ با توجه به اینکه حاصل رایکال همواره عبارتی مثبت است: $\cos x > 0 \}$ ربع اول (I)

و با به توان ۲ رساندن طرفین تساوی داریم:

$$\cos^2 x = \frac{\cot x}{\cot x - a^2} \xrightarrow{*} 0 \le \frac{\cot x}{\cot x - a^2} \le 1$$

$$1)\ \frac{\cot x}{\cot x - a} \le 1 \Rightarrow \frac{\cot x}{\cot x - a^2} - 1 \le 0 \to \frac{\cot x}{\cot x - a^2} - \frac{\cot x - a^2}{\cot x - a^2} \le 0 \to \frac{\cot x - \cot x + a^2}{\cot x - a^2} \le 0$$

$$\to \frac{a^2}{\cot x - a^2} \le 0 \xrightarrow{a^2 \ge 0} \cot x - a^2 < 0$$

$$2)\ \frac{\cot x}{\cot x - a^2} \ge 0 \xrightarrow{\cot x - a^2 < 0} \cot x \le 0 \ \{ \text{ناحیه دوم} (II)$$

$$\xrightarrow{I \cap II}$$

ناحیه چهارم

$$*: \begin{array}{l} -1 \le \cos x \le 1 \\ 0 \le cos^2 x \le 1 \end{array}$$

۷.گزینه ۴

انتخاب r شئ از n شئ بدون اهمیت داشتن ترتیب آن‌ها: $\binom{n}{r}$

راه حل اول:

$$\binom{۸}{۲} \times \binom{۵}{۲} \times \underbrace{۲!}_{\text{جابجایی کتاب‌های علمی}} \times \overbrace{۲!}^{\text{جابجایی کتاب‌های تاریخی}}$$

چون مسئله چیدن کتاب در قفسه است.

$$= ۲۸۰ \times ۴ = ۱۱۲۰$$

راه حل دوم:

$$\underbrace{\overset{\text{تاریخی}}{\binom{۸}{۱}} \times \overset{\text{علمی}}{\binom{۵}{۱}}}_{\text{جای یک کتاب علمی با یک کتاب تاریخی عوض شود.}} \times \underbrace{\overset{\text{تاریخی}}{\binom{۷}{۱}} \times \overset{\text{علمی}}{\binom{۴}{۱}}}_{\text{جای یک کتاب علمی با یک کتاب تاریخی به جز دو کتاب قبلی عوض شود.}}$$

$$= ۸ \times ۵ \times ۷ \times ۴ = ۲۸۰ \times ۴ = ۱۱۲۰$$

۸.گزینه ۳

$$\frac{۱}{۲}x + ۲ \leq ۳(x - ۱)$$

$$\frac{۱}{۲}x + ۲ \leq ۳x - ۳$$

$$-$$

$$۳x - ۳ - \frac{۱}{۲}x - ۲ \geq ۰$$

ندای سیدالشهداء(ع)

$$\frac{۵}{۲}x - ۵ \geq ۰$$

$$\frac{۵}{۲}x \geq ۵$$

$$\frac{۱}{۲}x \geq ۱$$

$$\boxed{x \geq ۲} \Rightarrow [x_۰, +\infty) = [۲, +\infty) \Rightarrow \boxed{x_۰ = ۲}$$

$$f(x_۰) = f(۲) = \frac{۲}{۲} + ۲ = ۱ + ۲ = ۳$$

۹.گزینه ۴

فرم تابع خطی: $y = ax + b$

$$y = ax + b$$

$$(۱, m) : \ m = a + b \ \ (I)$$

$$(۲, ۰) : \ ۰ = ۲a + b \ \ (II)$$

$$(m, -۸) : \ -۸ = ma + b \ \ (III)$$

$$(I), (II) : \begin{cases} m = a + b \\ ۰ = ۲a + b \end{cases}$$

$$m = -a \ \ (IV)$$

$$(II), (III) : \begin{cases} ۰ = ۲a + b \\ -۸ = ma + b \end{cases}$$

$$-۸ = (m - ۲)a \ \ (V)$$

۱۰.گزینه ۴

یک رابطه زمانی تابع است که تمام مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب آن متفاوت باشند و اگر یکسان بود، مؤلفه‌ی دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند.

$$\mathbb{R} = \{(۲,۲)(۲,۱)(۳,۳)(۳,۱)(۴,۲)(۴,۴)(۴,۱)(۵,۵)(۵,۱)\}$$

$$\begin{matrix} ۲) \\ (۲,۱) \end{matrix} \rightarrow \text{یکی باید باشد} \rightarrow$$

$$\begin{matrix} ۳) \\ (۳,۱) \end{matrix} \rightarrow \text{یکی باید باشد} \rightarrow \text{ف}$$

$$\left\{\begin{matrix} (۴,۲) \\ (۴,۴) \\ (۴,۱) \end{matrix}\right. \rightarrow \text{یکی باید باشد} \rightarrow \text{۲ تا حذف}$$

$$\begin{matrix} ۵) \\ (۵,۱) \end{matrix} \rightarrow \text{یکی باید باشد} \rightarrow$$

$$۱+۱+۲+۱=۵$$

۱۱.گزینه ۲

اعداد زوج کمتر از ۴۲۰۰

۱	۲	۶	۳
۴	۰,۱		۰,۲,۴

ارقام: ۰,۲,۴

$\Rightarrow$ تعداد حالات $= ۱ \times ۲ \times ۶ \times ۳ = ۳۶$

۳	۶	۶	۳
			۰,۲,۴

ارقام: ۰,۲,۴

$\Rightarrow$ تعداد حالات $= ۳ \times ۶ \times ۶ \times ۳ = ۳۲۴$

۱,۲,۳

$\Rightarrow$ مجموع حالات $= ۳۲۴ + ۳۶ = ۳۶۰$

۱۲.گزینه ۴ تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

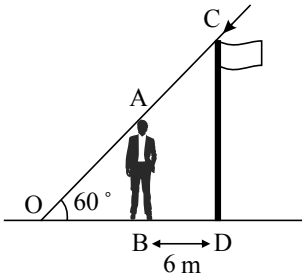
$n(S) = (HELLO$ کلمه‌ی تعداد جایگشت‌های حروف$) = \frac{۵!}{۲!}$

تعداد اعضای پیشامد مورد نظر برابر است ببا:

$n(A) = (HE\boxed{LL}O$ ۴ شیء تعداد جایگشت‌های$) = ۴!$

پس $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴!}{\frac{۵!}{۲!}} = \frac{۲}{۵} = ۰/۴$ است.

۱۳.گزینه ۲ می‌دانیم:در هر مثلث قائم‌الزاویه برای هر زاویه‌ی حاده داریم : $\frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول ضلع مجاور}}$



$$\tan ۶۰^\circ = \frac{AB}{OB} \Rightarrow OB = \frac{AB}{\sqrt{۳}} = \frac{۱/۵}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan ۶۰^\circ = \frac{CD}{OD} \Rightarrow CD = OD \cdot \tan ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow CD = (OB + BD)\tan ۶۰^\circ = (\frac{\sqrt{۳}}{۲} + ۶) \times \sqrt{۳}$$

$$= \frac{۳}{۲} + ۶\sqrt{۳} \simeq ۱۱/۷m$$

۱۴.گزینه ۱

می‌دانیم:در سهمی به معادلهٔ $y = ax^۲ + bx + c$ مختصات رأس سهمی نقطهٔ S است. $\left|\begin{matrix} \frac{-b}{۲a} \\ \frac{-\Delta}{۴a} \end{matrix}\right.$

سهمی محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کرده است. بنابراین:

$$y = ax^۲ + bx + c \xrightarrow[y=۴]{x=۰} ۴ = ۰ + ۰ + c \Rightarrow c = ۴$$

رأس سهمی روی خط $x = ۲$ قرار دارد، بنابراین:

$$\frac{-b}{۲a} = ۲ \Rightarrow -b = ۴a \qquad (I)$$

یکی از نقاط تقاطع سهمی با محور xها (-۱) است. بنابراین:

$$y = ax^۲ + bx + ۴ \xrightarrow[y=۰]{x=-۱} ۰ = a - b + ۴ \Rightarrow a - b = -۴ \xrightarrow{(I)} a + ۴a = -۴$$

$$\Rightarrow ۵a = -۴ \Rightarrow a = -\frac{۴}{۵} \xrightarrow{(I)} b = \frac{۱۶}{۵}$$

$$abc = \frac{-۴}{۵} \times \frac{۱۶}{۵} \times ۴ = \frac{-۲۵۶}{۲۵}$$

۱۵.گزینه ۴

$$P = \{a, b\} = ۲P\{a, c\} \Rightarrow P(a) + P(b) = ۲(P(a) + P(c))$$

$$\Rightarrow P(a) + P(b) = ۲P(a) + ۲P(c) \Rightarrow P(a) = P(b) - ۲P(c) \xrightarrow{P(c)=\frac{۱}{۲}P(b)}$$

$$P(a) = P(b) - ۲ \times \frac{}{۲}P(b) = P(b) - P(b) = ۰$$

۱۶.گزینه ۳ می‌دانیم:

$$\boxed{\begin{array}{c} \binom{n}{۳} = \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶} \\ (n+۲)! = (n+۲)(n+۱)n! \end{array}}$$

$$(n+۲)! = (n+۲)(n+۱)n! = ۴۲n! \Rightarrow (n+۲)(n+۱) = ۴۲ = ۷ \times ۶ \Rightarrow n = ۵$$

$$\binom{n+۲}{n-۲} = \binom{۵+۲}{۵-۲} = \binom{۷}{۳} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵}{۶} = ۳۵$$

۱۷.گزینه ۲

$$n(S) = \binom{۱۳}{۳} = \frac{۱۳ \times ۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰!}{۱۰! \times ۳!} = \frac{۱۳ \times ۱۲ \times ۱۱}{۶} = ۲۸۶$$

$$n(A) = \binom{۷}{۲} \times \binom{۶}{۱} + \binom{۷}{۱} \times \binom{۶}{۲} = \frac{۷!}{۲! \times ۵!} \times ۶ + ۷ \times \frac{۶!}{۲! \times ۴!}$$

$$= \frac{۷ \times ۶}{۲} \times ۶ + ۷ \times \frac{۶ \times ۵}{۲} = ۱۲۶ + ۱۰۵ = ۲۳۱$$

پس $P(A) = \frac{۲۳۱}{۲۸۶}$ است.

۱۸.گزینه ۳ تنها حالتی که مجموعهٔ A متناهی می‌شود گزینهٔ ۳ است:

$A = \{n \in \mathbb{Z} | ۰ < n < ۲\} \Rightarrow A = \{۱\}$ متناهی

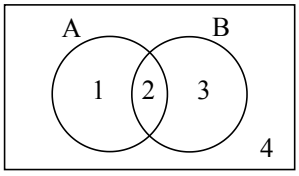
۱۹.گزینه ۴ می‌دانیم:

$$\boxed{\begin{array}{l} n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) \\ n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \end{array}}$$

$$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow ۸ = ۱۵ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۷$$

$$n(B-A) = n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow ۱۳ = n(B) - ۷ \Rightarrow n(B) = ۲۰$$
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۱۵ + ۲۰ - ۷ = ۲۸$$

۲۰.گزینه ۱ با رسم نمودار و عددگذاری داریم:



$$[(A \cap B) - A] \cup [(B-A) \cap A'] = [(۱,۲) \cap (۲,۳) - (۱,۲)] \cup [(۳,۲) - (۱,۲) \cap (۳,۴)]$$
$$= [۲ - (۱,۲)] \cup [۳ \cap (۳,۴)] = \varnothing \cup ۳ = ۳ = B - A$$

فیزیک

۱.گزینه ۴ باتوجه به روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

تبدیل km به m :

$$۱۲۴۸km \times \left(\frac{۱۰^{۳}m}{۱km}\right) = ۱۲۴۸ \times ۱۰^{۳}$$

تبدیل m به cm :

$$۱۲۴۸ \times ۱۰^{۳}m \times \left(\frac{۱cm}{۱۰^{-۲}m}\right) = ۱۲۴۸ \times ۱۰^{۵}$$

تبدیل cm به ذرع :

$$۱۲۴۸ \times ۱۰^{۵}cm \times \left(\frac{۱\ \text{ذرع}}{۱۰۴cm}\right) = ۱۲ \times ۱۰^{۵}\ \text{ذرع}$$

تبدیل ذرع به فرسنگ:

$$۱۲ \times ۱۰^{۵}\ \text{ذرع} \times \left(\frac{۱\ \text{فرسنگ}}{۶۰۰۰\ \text{ذرع}}\right) = ۲۰۰\ \text{فرسنگ}$$

۲.گزینه ۲ چون مقداری گاز کامل رابه دو قسمت تقسیم کرده‌ایم، داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{P_۰V_۰}{T_۰} = \dfrac{P_۱V_۱}{T_۱} + \dfrac{P_۲V_۲}{T_۲} \\ T_۰ = T_۱ = T_۲\end{array}\right\} \Rightarrow P_۰V_۰ = P_۱V_۱ + P_۲V_۲ \Rightarrow ۴ \times ۶ = ۲ \times ۶ + ۱ \times V_۲ \Rightarrow V_۲ = ۱۲\ lit$$

۳.گزینه ۴ باتوجه به جرم ظرف توخالی و جرم ظرف پس از پر شدن از روغن می‌توان نتیجه گرفت:

جرم روغن در حالت اول $= m_۱ = ۳۵۰g - ۲۵۰g = ۱۰۰g$

جرم روغن در حالت دوم $= m_۲ = ۴۳۰g - ۲۵۰g = ۱۸۰g$

اکنون با توجه به یکسان بودن حجم در هر دو حالت و رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times \frac{V_۱}{V_۲} = \frac{۱۸۰g}{۱۰۰g} \times ۱ \Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{۱۸}{۱۰} = \frac{۹}{۵}$$

۴.گزینه ۳

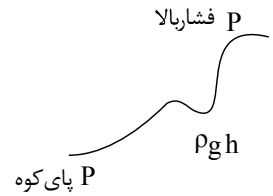
$$P_A = P_B \qquad \frac{P_A}{P_B} = \frac{F_A}{F_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$۱ = \frac{F_A}{F_B} \times \frac{\pi R_B^۲}{\pi R_A^۲} \Rightarrow ۱ = \frac{F_A}{F_B} \times \frac{۹R_۱^۲}{R_۱^۲}$$

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{۱}{۹} \quad \Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = ۹$$

ندای سیدالشهداء(ع)

۵.گزینه ۳



$$P_{\text{پای کوه}} = \rho g h + P_{\text{بالای کوه}}$$

$$۱۰^{۵} = ۱ \times ۱۰ \times h + ۹/۹ \times ۱۰^{۴}$$

$$(۱۰ - ۹/۹)۱۰^{۴} = ۱۰h$$

$$۰/۱ \times ۱۰^{۴} = ۱۰h$$

$$h = ۱۰۰m$$

۶.گزینه ۳ با ذوب شدن یخ، جرم آن تغییر نمی‌کند. پس داریم:

$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}$$

$$\xrightarrow{V_{\text{آب}} = V_{\text{ظرف}} = ۹۰۰cm^{۳}} \frac{۹}{۱۰} \times V_{\text{یخ}} = ۱ \times ۹۰۰ \rightarrow V_{\text{یخ}} = ۱۰۰۰cm^{۳}$$

۷.گزینه ۱

$$A_{۱}V_{۱} = A_{۲}V_{۲} \Rightarrow \pi r_{۱}^{۲} V_{۱} = \pi r_{۲}^{۲} V_{۲} \Rightarrow (\frac{۵}{۲})^{۲} \times ۳ = (\frac{۳}{۲})^{۲} \times V_{۲} \Rightarrow V_{۲} = \frac{۲۵}{۳} \frac{m}{s}$$

۸.گزینه ۱

ابتدا کار نیروی اصطکاک را می‌یابیم و سپس از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_{f_k} = f_k d \cos\theta \Rightarrow W_{f_k} = ۶۰۰۰ \times ۳۰۰ \times (-۱) = -۱/۸ \times ۱۰^{۶} J$$

بنابراین:

$$W_t = \Delta K = K_{۲} - K_{۱} = \frac{۱}{۲} m V_{۲}^{۲} - \frac{۱}{۲} m V_{۱}^{۲}$$

$$= \frac{۱}{۲} \times ۱۵۰۰ \times ۳۰^{۲} - \frac{۱}{۲} \times ۱۵۰۰ \times ۱۰^{۲} = ۶ \times ۱۰^{۵} J$$

از طرفی:

$$Wt = W_{\text{موتور}} + Wf_k$$

بنابراین:

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} + Wf_k = ۶ \times ۱۰^{۵} J \Rightarrow W_{\text{موتور}} = ۲/۴ \times ۱۰^{۶} J$$

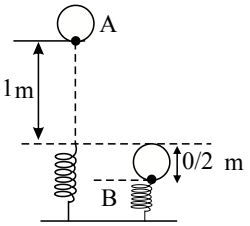
حالا توان موتور را می‌یابیم:

$$\overline{P}_{\text{موتور}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} \Rightarrow \overline{P}_{\text{موتور}} = \frac{۲/۴ \times ۱۰^{۶} J}{۱۵ s} = ۱/۶ \times ۱۰^{۵} W$$

۹.گزینه ۱ از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی بین دو نقطهٔ A و B (نقطه‌ای که فنر دارای بیشترین فشردگی است.) استفاده می‌کنیم. برای این منظور معلومات زیر را در نظر بگیریم:

۱) تندی جسم در نقاط A و B صفر است. (از نقطهٔ A رها شده و حداکثر تا نقطهٔ B فنر را فشرده است.)

۲) در طول مسیر AB، نیروی وزن، نیروی مقاومت هوا و نیروی کشسانی فنر کار بر روی گلوله انجام می‌دهند.



حال داریم:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{هوا}} + W_{\text{فنر}} = KB - KA \qquad (۱)$$

از طرفی برای کار نیروی وزن داریم: (جسم به پایین سقوط کرده)

$$W_{\text{وزن}} = mghAB \xrightarrow[hAB=۱/۲m]{m=۳kg} W_{\text{وزن}} = ۳ \times ۱۰ \times ۱/۲ \Rightarrow W_{\text{وزن}} = ۳۶J$$

در نهایت داریم:

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{هوا}} + W_{\text{فنر}} = KB - KA \qquad (۱)$$

$$\xrightarrow[۰ \qquad ۰]{W_{\text{وزن}} = ۳۶J \ , \ W_{\text{هوا}} = -۶J} ۳۶ - ۶ + W_{\text{فنر}} = ۰ \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -۳۰J$$

$K_B=\quad , \quad K_A=$

۱۰.گزینه ۱ ابتدا مقدار گرمایی را که یخ $-10^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود، به دست می‌آوریم:

$$\boxed{-10^\circ C \text{ یخ}} \xrightarrow{c_{\text{یخ}}\Delta T} \boxed{0^\circ C \text{ یخ}} \xrightarrow{mL_F} \boxed{0^\circ C \text{ آب}}$$

$$Q_1 = mc_{\text{یخ}}\Delta T + mL_F \xrightarrow{L_F=160c_{\text{یخ}}} Q_1 = m\times c_{\text{یخ}}\times(0-(-10)) + m\times 160c_{\text{یخ}}$$

$$Q_1 = 170mc_{\text{یخ}}$$

مقدار گرمایی که آب $0^\circ C$ می‌گیرد تا به آب $100^\circ C$ تبدیل شود برابر است با:

$$\boxed{0^\circ C \text{ آب}} \xrightarrow{c_{\text{آب}}\Delta T} \boxed{100^\circ C \text{ آب}} \quad Q_2 = mc_{\text{آب}}\Delta T$$

$$\xrightarrow{80c_{\text{آب}}=160c_{\text{یخ}} \Rightarrow c_{ab}=2c_{\text{یخ}}} Q_2 = m\times 2c_{\text{یخ}}\times(100-0) \Rightarrow Q_2 = 200mc_{\text{یخ}}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{Q}{t}$ و باتوجه به این که توان ثابت است، می‌توان نوشت:

$$P=\frac{Q_1}{t_1}=\frac{Q_2}{t_2} \xrightarrow{t_1=17 \text{ دقیقه}} \frac{170mc_{\text{یخ}}}{17}=\frac{200mc_{\text{یخ}}}{t_2} \Rightarrow t_2 = 20 \text{ دقیقه}$$

۱۱.گزینه ۳ منظور از U_A مجموع انرژی پتانسیل هر دو جسم در ارتفاع اولیه استو منظور از U_B مجموع انرژی پتانسیل هر دو جسم در ارتفاع ثانویه است. همچنین منظور از K_A و K_B مجموع انرژی‌های جنبشی هر دو جسم در ابتدا و انتهای حرکت است.

$$U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$U_A - U_B = K_B - \cancel{K_A}^{\,0}$$

$$m_1 g\Delta h_1 + m_2 g\Delta h_2 = 40$$

$$\Rightarrow 3\times 10\times 0 + 2\times 10\times \Delta h_2 = 40 \Rightarrow 20\Delta h_2 = 40 \Rightarrow \Delta h_2 = 2m$$

۱۲.گزینه ۴ ابتدا فشار را ناشی از مایع را برحسب $cmHg$ به‌دست می‌آوریم:

$$P_{\text{مایع}} = \rho_{Hg} g h_{Hg} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}}\, g\, h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg}\, g\, h_{Hg} \Rightarrow ۳/۴ \times ۴۸ = ۱۳/۶ \times h_{Hg}$$

$$\Rightarrow h_{Hg} = ۱۲cm \Rightarrow P_{\text{مایع}} = ۱۲c$$

$$P_{\text{مایع}} + P_{\circ} = ۱۲ + ۷۵ = ۸۷cmHg$$

هر تور معادل $۱mmHg$ است. بنابراین:

$$P = ۸۷۰mmHg = ۸۷۰torr$$

۱۳.گزینه ۲ توجه کنید که تندی‌سنجی که بیشترین دقت را دارد، دارای کمترین قدرمطلق خطا بود و برعکس، تندی‌سنجی که کمترین دقت را دارد، دارای بیشترین قدرمطلق خطا است و در وسایل رقمی (دیجیتال) خطا و دقت برابر یک واحد از آخرین رقمی می‌باشد که وسیله اندازه می‌گیرد.

	A	B	C
دقت اندازه‌گیری	۰/۰۱	۰/۱	۰/۰۰۱
خطای اندازه‌گیری:	±۰/۰۱	±۰/۱	±۰/۰۰۱

۱۴.گزینه ۲ اگر گرماسنج را با اندیس (۱)، قطعهٔ نامعلوم را با اندیس (۲)، آب اولیه را با اندیس (۳) و آب ثانویه را با اندیس (۴) نمایش دهیم، چون اتلاف انرژی نداریم، برای کل مجموعه می‌توان نوشت: $Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ + Q_۴ = ۰$

$$m_۱ c_۱ (\theta_e - \theta_۱) + m_۲ c_۲ (\theta_e - \theta_۲) + m_۳ c_۳ (\theta_e - \theta_۳) + m_۴ c_۴ (\theta_e - \theta_۴) = ۰$$

$$\Rightarrow \; ۲۰۰ \times ۳۸۰ \times (۲۲) + ۸۰ \times c_۲ \times (۲۲) + ۵۰ \times ۴۲۰۰ \times (۲۲) + ۱۰۰ \times ۴۲۰۰(-۱۸) = ۰$$

$$\Rightarrow \; ۷۶(۲۲) + \frac{۸}{۱۰۰} c_۲ (۲۲) + ۲۱۰(۲۲) = ۴۲۰ \times ۱۸$$

$$\Rightarrow \; ۳۸(۱۱) + \frac{۴c_۲}{۱۰۰}(۱۱) + ۱۰۵(۱۱) = ۲۱۰ \times ۹$$

$$\Rightarrow \; \frac{۴۴c_۲}{۱۰۰} = ۱۸۹۰ - ۱۱۵۵ - ۴۱۸ \Rightarrow \; \frac{۴۴c_۲}{۱۰۰} = ۳۱۷ \; \Rightarrow \; c_۲ \simeq ۷۲۰\, J/kg.^{\circ}C$$

$$۰^{\circ}C$$

۱۵.گزینه ۱ مورد پ نادرست است. شرایط متعارفی به‌صورت دمای و فشار $۱atm$ تعریف می‌شود.

شیمی

۱.گزینه ۲ بیشترین گنجایش لایه‌ی الکترونی چهارم، برابر با ۳۲ ۲ ۲ ۲ ۲ است.

$$n = \quad \times ۴ =$$

۲.گزینه ۳

روش اول:

$$\frac{۲۹/۲g\,SF_n}{(۳۲+۱۹n)g} = \frac{۱۲/۰۴\times ۱۰^{۲۲}\ \text{مولکول}}{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}} \Rightarrow \boxed{n=۶} \Rightarrow SF_۶$$

روش دوم:

$$\frac{۲۹/۲g\,SF_n}{x} = \frac{۱۲/۰۴\times ۱۰^{۲۲}\ \text{مولکول}}{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}} \Rightarrow x = ۱۴۶g \Rightarrow SF$$ مجموع جرم‌های اتمی

$$\Rightarrow ۳۲+۱۹n = ۱۴۶ \rightarrow n = ۶$$

روش سوم:

$$۱۲/۰۴\times ۱۰^{۲۲}\ \text{مولکول}\ SF \times \frac{۱molSF_n}{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}\ \text{مولکول}\ SF_n} \times \frac{۳۲+۱۹\times ng}{۱molSF_n} = ۲۹/۲ \Rightarrow n$$

$$= ۶$$

۳.گزینه ۲

$$\underbrace{\overset{۵p}{۵+۱=۶}\quad \overset{۵p}{۵+۱=۶}}_{\text{هر چه } (n+l) \text{ کوچک تر، دارای پایداری بیشتر و به هسته‌ی اتم نزدیکتر است}} \qquad \underbrace{\overset{۶p}{۶+۱=۷}: n+l}_{(n+l) \text{ بیشتر، انرژی بیشتر از هسته دورتر و دیرتر الکترون می گیرد}}$$

۴.گزینه ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تغییرات آب‌وهوای زمین در لایهٔ تروپوسفر رخ می‌دهد.

۲) دانشمندان از روی تغییرات دمای هوا برحسب ارتفاع از سطح زمین، پی به لایه‌ای بودن هواکره برده‌اند.

۳) تعداد کل ذره‌های موجود در یک نمونه‌ی یک لیتری هوا با افزایش ارتفاع از سطح زمین کاهش می‌یابد. (به

عبارتی هوا رقیق تر می‌شود.)

۵.گزینه ۳

$$۱/۸gMg \times \frac{۱molMg}{۲۴g} \times \frac{۱molSi}{۲molMg} \times \frac{۲۸gSi}{۱mol} = ۱/۰۵gSi$$

$$Mg(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow MgCl_۲(aq) + H_۲(g)$$

$$۱/۸gMg \times \frac{۱molMg}{۲۴g} \times \frac{۱molH_۲}{۱molMg} \times \frac{۲g}{۱molH_۲} = ۰/۱۵gH_۲$$

نسبت جرم سیلیسیم به گاز هیدروژن تولیدی: $\frac{۱/۰۵}{۰/۱۵} = ۷$

۶.گزینه ۲ اگر حجم‌های برابری از آب دریا و آب مقطر را در کنار یک غشای نیمه تراوا قرار دهیم، با اعمال یک فشار خارجی آب از محلول غلیظ تر (آب دریا) وارد محلول رقیق تر می‌شود (اسمز معکوس) که در آن به تدریج حجم آب مقطر بیش تر و حجم آب دریا کاسته می‌شود از غشای نیمه تراوا یون‌های سدیم و کلرید عبور نکرده و به تدریج آب دریا غلیظ تر می‌شود.

۷.گزینه ۲ باتوجه به جدول ابتدا جرم اتمی میانگین ایزوتوپ‌های N و O را بدست می‌آوریم:

$$\overline{M} \quad \frac{(۱۵ \times ۲۵) + (۱۴ \times ۷۵)}{۱۰۰} = ۱۴/۲۵$$

$$\overline{M} \quad \frac{(۱۶ \times ۶۰) + (۱۸ \times ۱۰) + (۱۷ \times ۳۰)}{۱۰۰} = ۱۶/۵$$

$$N_۲O_۳ \text{ جرم مولی} = (۲ \times ۱۴/۵) + (۳ \times ۱۶/۵) = ۷۸g$$

$$?atom_{N_۲O_۳} = ۱۵/۶\cancel{L}_{N_۲O_۳} \quad \frac{۳/۲۵\cancel{g}_{N_۲O_۳}}{۱\cancel{L}_{N_۲O_۳}} \quad \frac{۱mol_{N_۲O_۳}}{۷۸\cancel{g}_{N_۲O_۳}} \quad \frac{۵ \times N_A atom}{۱mol_{N_۲O_۳}} \quad \text{«atom»}$$

$$= ۳/۲۵N_A$$

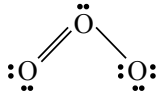
۸.گزینه ۴

$a)\ ۴KNO_۳ \rightarrow ۲K_۲O + ۲N_۲ + ۵O_۲$

$b) Fe_۲O_۳ + ۳CO \rightarrow ۲Fe + ۳CO_۲$

$\frac{\text{مجموع ضرایب فرآورده‌ها در } (a)}{\text{مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها در } (b)} = \frac{۹}{۹} = ۱$

۹.گزینه ۳ فقط عبارت «ت» نادرست است.



$\frac{\text{تعداد جفت الکترون ناپیوندی}}{\text{تعداد جفت الکترون پیوندی}} = \frac{۶}{۳} = ۲$

۱۰.گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: تناوب چهار و پنج، هر کدام دارای ۱۸ عنصر هستند، اما تناوب ششم دارای ۳۲ عنصر می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: بعضی از گروه‌های جدول تناوبی دارای ۴ عنصر هستند. (گروه‌های ۳ تا ۱۲)

گزینهٔ «۳»: ۳ تناوب اول جدول تناوبی مجموعاً دارای $۱۸(۸+۸+۲)$ عنصر می‌باشند؛ در حالی که دورهٔ ششم دارای ۳۲ عنصر است. $(۳۲ - ۱۸ = ۱۴)$

گزینهٔ «۴»: عنصر $۲۶Fe$ در گروه ۸ جدول تناوبی قرار گرفته است.

۱۱.گزینه ۳ راه‌حل اول:

اگر ۱۰۰ گرم از این محلول داشته باشیم، ۱۶ گرم آن آمونیوم نیترات است.

$?molNH_۴NO_۳ = ۱۶gNH_۴NO_۳ \times \frac{۱molNH_۴NO_۳}{۸۰gNH_۴NO_۳} = ۰/۲molNH_۴NO_۳$

$?L_{\text{محلول}} = ۱۰۰g_{\text{محلول}} \times \frac{۱mL_{\text{محلول}}}{۱/۲g_{\text{محلول}}} \times \frac{۱۰^{-۳}L_{\text{محلول}}}{۱mL_{\text{محلول}}} = \frac{۱}{۱۲}$ محلول

$\text{غلظت مولار} = \frac{(mol)\ \text{مول حل‌شونده}}{(L)\ \text{حجم محلول}} \Rightarrow M = \frac{\frac{۲}{۱۰}}{\frac{۱}{۱۲}} = ۲/۴mol \cdot L^{-۱}$

راه‌حل دوم:

$C = ۱۰ \cdot a \cdot d \Rightarrow C = ۱۰ \times ۱۶ \times ۱/۲$

$C = ۱۹۸g \cdot L^{-۱}$

$\text{مولاریته} = \frac{۱۹۸}{۸۰} = ۲/۴mol \cdot L^{-۱}$

۱۲.گزینه ۳ اتم‌های باریم و ید در شرایط مناسب به آرایش گاز نجیب Xe می‌رسند، بنابراین اتم باریم به یون $Ba^{۲+}$ و اتم ید به یون I^- تبدیل می‌شود پس فرمول حاصل از ترکیب آن‌ها $BaI_۲$ است.

گروه ۱ و ۲ در کاتیون خود به آرایش گاز نجیب قبل خود می‌رسند.
گروه ۱۵, ۱۶, ۱۷ در آنیون به آرایش گاز نجیب هم دوره می‌رسند.

۱۳.گزینه ۴ A: اتم اکسیژن $(_{۸}O)$ است و می‌تواند یون $O^{۲-}$ تشکیل بدهد و به آرایش گاز نئون $[_{۱۰}Ne]$ برسد.

B: اتم سدیم $[_{۱۱}Na]$ که به گروه اول فلز قلیایی تعلق دارد و یون پایدار آن Na^{+} است و با C که نافلز فلوئور $(_{۹}F)$ هالوژن از گروه ۱۷ است (یون پایدار F^{-}) می‌تواند ترکیب یونی NaF را تشکیل بدهد که مشابه AlN است و زیروندها برابر ۱ است.

D: عنصر D هم با ۱۰ الکترون گاز نجیب نئون است.

۱۴.

$$۱)\ Na_{۲}S(s) \xrightarrow{\text{آب}} ۲Na^{+}(aq) + S^{۲-}(aq)$$

$$۲)\ Al(NO_{۳})_{۳}(s) \xrightarrow{\text{آب}} Al^{۳+}(aq) + ۳NO_{۳}^{-}(aq)$$

$$۳)\ BaCl_{۲}(s) \xrightarrow{\text{آب}} Ba^{۲+}(aq) + ۲Cl^{-}(aq)$$

۱۵.گزینه ۱
زیرا HCl اسید قوی است و تقریباً به طور کامل تفکیک می‌شوند.

هندسه

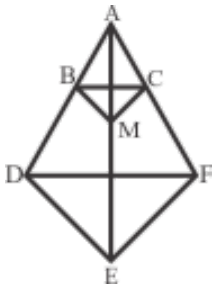
۱.گزینه ۲ رابطه‌ی فیثاغورث را اعمال می کنیم: مسلماً بزرگترین ضلع یعنی $a+۴$ وتر است.

$$(a+۴)^۲=(a+۲)^۲+a^۲ \Rightarrow a^۲+۸a+۱۶=a^۲+۴a+۴+a^۲$$

$$\Rightarrow a^۲-۴a-۱۲=۰ \Rightarrow (a-۶)(a+۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=۶ & \text{ق ق} \\ a=-۲ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$a=۶ \Rightarrow$ اضلاع مثلث : $۸,۶,۱۰ \Rightarrow S=\frac{۱}{۲}\times ۶\times ۸=۲۴$

۲.گزینه ۱ اگر صفحه‌ای موازی با قاعده‌ی یک هرم آن‌را قطع کند، آنگاه نسبت حجم هرم ایجاد شده به حجم هرم اولیه، مساوی توان سوم نسبت یال‌های این دو هرم است.



$$\frac{AB}{AD}=k=\frac{۱}{۲}$$

$$\frac{\text{حجم هرم ABMC}}{\text{حجم هرم کل}}=k^۳=\frac{۱}{۸} \Rightarrow \boxed{\text{حجم هر هرم جدا شده}=\frac{۱}{۸}\text{حجم هرم کل}}$$

$$\frac{\text{حجم جسم باقی مانده}}{\text{حجم هرم کل}}=۱-\frac{۴(\frac{۱}{۸}\text{حجم هرم کل})}{\text{حجم هرم کل}}==۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$$

۳.گزینه ۳

در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a مساحت برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲$ و ارتفاع برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$ است.

$$\begin{array}{l} S=\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲ \\ \underline{a\sqrt{۳}} \end{array} \Rightarrow \frac{S}{h}=\frac{a}{۲}=\frac{۲\sqrt{\ }}{۲}=\sqrt{۳}$$

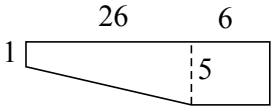
$$\begin{cases} \qquad\qquad ۳ \\ h = \quad ۲ \end{cases}$$

۴.گزینه ۲

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{ABH}: HB = \sqrt{۱۳^۲ - ۱۲^۲} = ۵ \\ \overset{\Delta}{ACH}: CH = \sqrt{۱۵^۲ - ۱۲^۲} = ۹ \end{array}\right\} \Rightarrow BC = ۱۴ \Rightarrow CM = ۷\ ,\ MH = ۲\ ,\ HB = ۵$$

$$\frac{S_{AHM}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{۱}{۲} \times AH \times MH}{\frac{۱}{۲} \times AH \times BC} = \frac{۲}{۱۴} = \frac{۱}{۷}$$

۵.گزینه ۳ مساحت مستطیل + مساحت ذوزنقه = مساحت دیوار

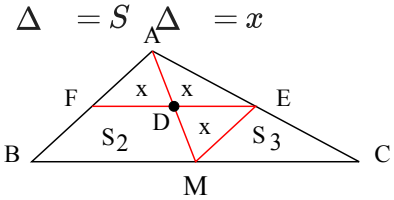


$$\text{مساحت دیوار} = \frac{۱}{۲}(۲۶)(۵+۱) + ۵ \times ۶ = ۷۸ + ۳۰ = ۱۰۸m^۲$$

۶.گزینه ۳ دقت کنید چون AM میانه است

لذا $S_{ABM} = S_{AMC}$، از طرفی

$$S_{\overset{\Delta}{EMD}} = S_{\overset{\Delta}{ADE}} = S_{\overset{\Delta}{ADF}} = x$$



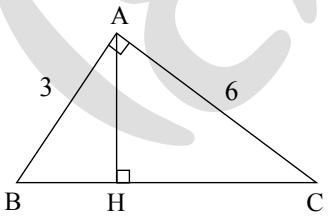
میانه $ME \Rightarrow S_۳ = ۲x$

میانه $AM \Rightarrow x + S_۲ = ۲x + S_۳ = ۴x \Rightarrow S_۲ = ۳x$

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{MED}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{x}{۳x + S_۲ + S_۳} = \frac{x}{۳x + ۳x + ۲x} = \frac{۱}{۸}$$

۷.گزینه ۴ نکته: کوچک‌ترین ارتفاع هر مثلث، ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع آن است.

با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث ABC، داریم:



$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = ۹ + ۳۶ = ۴۵ \Rightarrow BC = ۳\sqrt{۵}$$

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{AH \times BC}{۲} = \frac{AB \times AC}{۲}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{۳ \times ۶}{۳\sqrt{۵}} = \frac{۶}{\sqrt{۵}} = \frac{۶\sqrt{۵}}{۵}$$

۸.گزینه ۳ مراحل اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف (صفحه‌ی ۲۳ کتاب درسی)

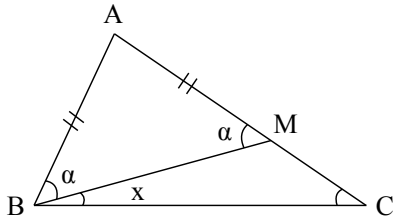
۹.گزینه ۴

ندای سیدالشهداء(ع)

پاسخ نمونه سوالات آزمون ورودی یازدهم- سال تحصیلی ۹۹-۹۸

۱۰.گزینه ۳ نکته: در مثلث متساوی‌الساقین، زوایای مجاور به ساق باهم برابرند.

نکته: در هر مثلث، اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی برابر مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیر مجاور است.



طبق فرض $AB = AM$ ، پس $\overset{\Delta}{ABM}$ متساوی‌الساقین است؛ درنتیجه $A\hat{B}M = A\hat{M}B = \alpha$

زاویه‌ی خارجی $\overset{\Delta}{BMC}$ است.

بنابراین $(*)\alpha = x + \hat{C}$

از طرفی باتوجه به شکل واضح است که $(**)\hat{B} = x + \alpha$

با جمع دو طرف تساوی‌های $(*)$ و $(**)$ داریم:

$$\alpha + \hat{B} = x + \hat{C} + x + \alpha \Rightarrow ۲x = \hat{B} - \hat{C} \xlongequal{\text{طبق فرض}} ۲۰^\circ \Rightarrow x = ۱۰^\circ$$

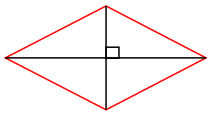
۱۱.گزینه ۳ زاویه‌ی سوم مثلث ABC برابر است با:

$$۱۸۰^\circ - (۱۵۰^\circ + ۷۵^\circ) = ۵۵^\circ$$

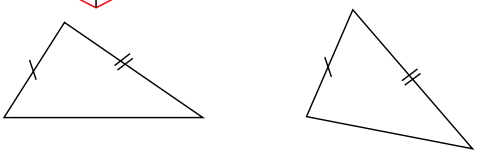
از آنجا که دو مثلث به حالت ۲ زاویه‌ی مساوی با هم متشابه هستند. پس ۲ زاویه‌ی برابر خواهند داشت و تنها گزینه‌ی (۳) دارای چنین خاصیتی است.

۱۲.گزینه ۴ با تو جه به اینکه رئوس دو مثلث ABC و BDC روی دو خط موازی d و d' قرار گرفته است، ارتفاع آنها برابر بوده و ضلع BC قاعده ی مشترک هر دو مثلث می باشد، بنابراین دو مثلث مساحت های برابر دارند. یعنی:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = S_{\overset{\Delta}{BDC}}$$
$$S_{\overset{\Delta}{BMC}} = S_{\overset{\Delta}{BMC}}$$



۲) مثال نقض: قطرهای لوزی عمودمنصف یکدیگرند ولی لوزی مربع نیست.

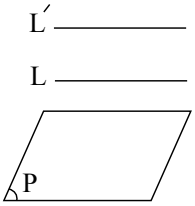


۳) دو مثلث مقابل دو ضلع مساوی دارند ولی هم‌نهشت نیستند.

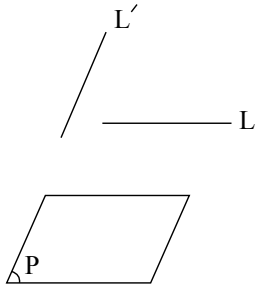
۴) حتماً درست است و مثال نقض دارد.

۱۴.گزینه ۴

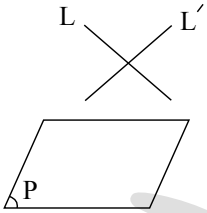
دو خط L و L' می‌توانند موازی باشند.



دو خط می‌توانند متنافر باشند.

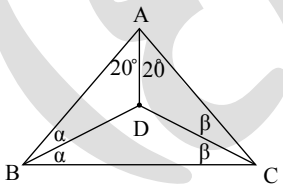


دو خط می‌توانند متقاطع باشند.



۱۵.گزینه ۱

نیمسازهای زوایای داخل هر مثلث همرسند بنابراین AD نیز نیمساز $\hat{A}$ است.



$$\overset{\Delta}{ABC}: ۲\alpha+۲\beta+۴۰^\circ=۱۸۰^\circ \rightarrow \alpha+\beta=۷۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{BDC}: \alpha+\beta+B\hat{D}C=۱۸۰^\circ \Rightarrow ۷۰^\circ+B\hat{D}C=۱۸۰^\circ \Rightarrow B\hat{D}C=۱۸۰^\circ-۷۰^\circ=۱۱۰^\circ$$